



PROTOCOLO PARA MEJORAR LA CALIDAD EN LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS

Una propuesta didáctica bidimensional

PROTOCOL TO IMPROVE THE QUALITY IN THE FORMULATION OF PROBLEMS IN MATHEMATICS

A two-dimensional didactic proposal

CIRO GONZÁLEZ MALLO, MARÍA CLARA RIVAS RIVAS, PATRICIA SCHWERTER CÁRCAMO, JAVIER BUSTOS YÁÑEZ, RICARDO GARCÍA HORMAZÁBAL
Universidad Católica de Temuco, Chile

KEYWORDS

*Reading comprehension
Resolution
Math problems
Linguistics
Students
University
Engineering*

ABSTRACT

This paper analyzes the implications of the relationship between reading comprehension and problem solving in mathematics through a detailed analysis of the linguistic formulation of mathematical problems and their resolution in a teaching support manual prepared for this purpose. In this way, different statements of problems in mathematics are detailed to analyze from their verbal structure -according to a growing and integrated complexity- in order to expose their impact on the possibilities of resolution by first-year university students in the Faculty of Engineering from UC Temuco.

PALABRAS CLAVE

*Comprensión lectora
Resolución
Problemas en matemática
Lingüística
Estudiantes
Universidad
Ingeniería*

RESUMEN

Este trabajo analiza las implicancias de la relación comprensión lectora y resolución de problemas en matemática por medio de un análisis detallado de la formulación lingüística de problemas matemáticos y su resolución en un manual de apoyo docente elaborado para este propósito. De esta forma, se detallan diferentes enunciados de problemas en matemáticas para analizar desde su estructura verbal -conforme a una complejidad creciente e integrada- a fin de exponer su impacto en las posibilidades de resolución por parte de los estudiantes universitarios de primer año en la Facultad de Ingeniería de la UC Temuco.

Recibido: 07/ 04 / 2022

Aceptado: 10/ 06 / 2022

1. Paralelismo histórico del desempeño estudiantil

El desempeño matemático y lingüístico, aun cuando tienen raíces estrechamente vinculadas a los inicios de la vida de los y las niñas con la lengua materna (Jiménez y Raiño, 2019), los procesos de socialización secundaria en el sistema educativo igualmente son claves. Así, la formalización de la enseñanza y aprendizaje derivados de los primeros niveles del sistema escolar; específicamente en la educación escolar básica (Primary school) y de educación Media (secondary school) modelan intencionadamente el desarrollo matemático y lingüístico. Sin embargo, el desarrollo de estas áreas prioritarias ha sido y continúan siendo trabajadas por separado en el sistema escolar. Ambos desempeños aislados no sólo obedecen a prácticas docentes, curriculares o de estilos de enseñanza; sino que conjuntamente, obedecen a lineamientos impulsados desde la propia política pública sobre el funcionamiento del sistema escolar en su conjunto. Esta influencia de la política pública se ha mantenido incluso, conforme a la tendencia sostenida en Latinoamérica por desarrollar políticas públicas innovadoras en Educación (Ríos-Cabrera y Ruiz-Bolívar, 2020). Las innovaciones del sistema educativo, no necesariamente se han asociado a integralidad e interdisciplina.

El sistema escolar en Chile experimentó una modificación importante en la regulación nacional de la enseñanza al pasar desde la LOCE (Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza, 1990) a la LGE (Ley General de Educación, 2009). Este cambio afectó muchos aspectos de diversa índole y generó avances importantes en otras esferas. Sin embargo, en lo referente a la vinculación formativa entre lenguaje y matemáticas se generaron ajustes o énfasis poco ventajosos. Esto, debido a que la LOCE, en las asignaturas de Lenguaje, mantuvo una mirada metalingüística, enfatizando en la formación de sus estudiantes la enseñanza de la gramática y de estructuras discursivas básicas como el párrafo; todos elementos tendientes a procesos de construcción lingüística. De esta forma, esta perspectiva o énfasis estructuralista que buscaba el desarrollo de la habilidad metasintáctica o la capacidad para reflexionar sobre la estructura interna de las oraciones (Tunmer y Cols., 1984, p. 92), fue desapareciendo en la LGE, en la medida en que los objetivos de aprendizaje e indicadores evaluativos de los Programas de Estudio privilegian la interpretación y reflexiones temáticas, sobre una descomposición y estructuración lingüística. En otras palabras, se ha ido robusteciendo el desarrollo de la habilidad metapragmática; es decir, aquella donde se privilegia la contextualización del lenguaje desde una perspectiva funcional como instrumento a la interpretación de textos literarios de ficción.

A partir de este enfoque en la enseñanza del lenguaje a nivel de políticas educativas, donde los objetivos están direccionados a la reflexión literaria y solo abarcan de forma general los principios de coherencia y cohesión textual sin adentrarse en el análisis lingüístico, dificultan una adecuada comprensión de los problemas en matemáticas, ya que estos presentan estructuras y una lógica de elaboración que requiere justamente un adecuado reconocimiento de sus elementos lingüísticos constituyentes. Los problemas en matemáticas poseen una estructuración específica, la cual es necesario atender para lograr una resolución que reorganice o genere procesos resolutivos sobre su planteamiento. Es por este motivo que la interpretación de los problemas necesita de un adecuado reconocimiento de la composición y sentido lingüístico que aglutinan dichos problemas, más que una habilidad metapragmática fuertemente desarrollada.

Sumado a lo anterior, un segundo aspecto que condicionaría la escasa vinculación entre lenguaje y matemáticas en el sistema escolar y que junto al énfasis en la política pública caracterizan este paralelismo formativo lenguaje y matemáticas, obedece a aspectos más bien de funcionamiento cotidiano de las escuelas y liceos del país. En específico, la separación de cursos electivos a partir de tercero y cuarto medio en la Educación Secundaria ha profundizado la segmentación de talentos. Los estudiantes de 15 ó 16 años se ven en la disyuntiva de perfilarse vocacionalmente como científicos o humanistas. Estas asignaturas electivas proveen a los estudiantes de tópicos propios de carreras universitarias potenciales, sin embargo, carecen de un enfoque multidisciplinar que los mismo(a)s profesores no han adquirido en su Formación Inicial Docente. La formación atomizada de los saberes han sido un obstáculo en el abordaje de las asignaturas bases (Lenguaje y Matemática). De esta forma, se genera un sistema que separa, diferencia y potencia saberes que se perfilan desde la especificidad, más que desde la integralidad; aspecto paradójicamente clave en el pensamiento profesional y científico necesario para el desarrollo permanente de las ciencias en la sociedad del conocimiento y que ha marcado el quehacer y los desafíos de las Universidades latinoamericanas para la formación de pregrado los últimos años (Moreira-Moreira, *et al.* 2021).

Los aspectos contextuales descritos anteriormente y sobre todo la articulación esperada en la transición de educación media y universitaria, demandan una visión investigativa holística para una adecuada formación universitaria, que compromete un discurso disciplinar junto a la concreción de una identidad profesional. Durante la vida universitaria el estudiante deberá incorporarse a una cultura disciplinar donde no se busca nivelar las habilidades lectoras no adquiridas, sino la integración a un discurso académico competente e identitario.

En el marco de las políticas públicas en Chile, la implementación de una educación de calidad e inclusiva requiere de políticas institucionales dirigidas a recoger las necesidades sociales de su entorno. La realidad chilena revela que universidades emblemáticas y capitalinas (Universidad de Chile y Pontificia Universidad Católica) desde el año 2013 han puesto en marcha Planes interdisciplinarios, con cuerpos docentes expertos que abordan la problemática desde todos sus frentes. Si consideramos que estas universidades acaparan los más altos puntajes

de la Prueba de Selección Universitaria (requisito de ingreso), cuyos estudiantes se encuentran entre los quintiles más acomodados del país, cabe preguntarse por qué en las universidades cuyo(a)s estudiantes son reconocido(a)s (sobre el 72%) como de alta vulnerabilidad, no registran iniciativas institucionales efectivas que logren revertir los resultados adversos en pruebas nacionales.

Los modelos que subyacen en estas iniciativas curriculares pudiesen estar siendo enfocadas de modo remedial o colaborativo. El primero, será la resultante de políticas de acompañamiento, donde existe una dinámica de “nivelación” que supone un ingreso desventajado al mundo universitario, donde se implementarán la cátedra de gramática o lingüística generalizada, principalmente. Por otro lado, la colaborativa, estará presente en aquellas incorporaciones curriculares interdisciplinarias, donde la dinámica será la incorporación de la escritura en comunidad discursiva. Sea cual sea la propuesta de articulación, lo claro es que la dicotomía lenguaje y matemáticas no es consistente con los desafíos universitarios actuales y las demandas del desempeño laboral futuro (Catalano, 2018).

2. Desempeño estudiantil universitario

Respecto del desempeño estudiantil universitario, la complejidad del primer año en la educación superior, supone tanto dimensiones específicas como integradas de considerar. En lo específico, la necesidad de generar una pertinencia de los estudiantes que ingresan, constituye un aspecto clave en estudiantes iniciales sobre todo como mecanismo de permanencia en el sistema universitario (Kahu, *et al.* 2022). Así, el escenario “natural” de iniciar la universidad como una etapa lógicamente siguiente de la educación media (secundaria) para los estudiantes (Nairn & Higgins, 2007) establece un continuo cada vez más complejo en la formación, sobre todo por la tendencia actual de asociar universidad con capacidades de adquisición financiera y de trabajo futuro (Tinker & Elphinstone, 2014). En esta constante de ingresar naturalmente a la universidad, para lograr mejores condiciones financieras al egreso, la pertinencia que logran los estudiantes es clave para este proceso de formación universitaria.

Dentro de los principales desafíos de las instituciones de educación superior, una constante se refiere a la posibilidad de mantener a sus estudiantes y evitar la deserción estudiantil (Tinto 2009). En este sentido, promover la pertinencia en los estudiantes es un aspecto clave para el primer año universitario (O’Keefe, 2013; Thomas, 2012). Las variables asociadas se agrupan en cuatro dominios (Ahn y Davis 2019), siendo una de ellas la pertinencia académica; en donde los estudiantes requieren asociar el sentido de los cursos con el quehacer profesional. En este sentido, esta pertinencia académica no sólo permite que los estudiantes no deserten (Mestán, 2016), sino que igualmente requiere de cursos iniciales integrados, colaborativos y de una gran experiencia didáctica y multidimensional de parte de los docentes; elemento que es valorado por los estudiantes e identificado como un habitus institucional muy positivo por parte de ellos (Thomas, 2012).

En lo referente a la estructuración de los cursos de primer año de la universidad, las evidencias demuestran lo nuclear de la lectura como la escritura para el éxito formativo de lo(a)s estudiantes en los diversos ámbitos de la formación universitaria. Esta integración se representa en lo trabajado por McLeod y Maimon (2000) sobre el trasfondo epistemológico de la escritura como vehículo para el aprendizaje disciplinar; así como sus conceptos, métodos, terminologías y discursos. Esto último por cierto igualmente se relaciona con el conocimiento matemático; específicamente con la resolución de problemas en matemática a nivel universitario; y en donde, al igual que en los sistemas escolares anteriores, se siguen viendo desde una perspectiva aislada (Quintanal, 2001).

Frente a la evidente vinculación entre el lenguaje y la resolución de problemas en matemática en el contexto universitario, el escenario asociado a evidencias nacionales e internacionales respecto de estos desempeños, muestran deficiencias importantes en estas áreas claves del lenguaje (comunicación) y las matemáticas que no son consistentes con la importancia de ambas temáticas para el desempeño global de la formación universitaria. Como ejemplo de esto, los resultados obtenidos en el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE)¹, en la Prueba de Selección Universitaria (PSU, actualmente PAES)² y en *Programme for International Student Assessment* (PISA), confirman los niveles de retraso y desempeño desfavorecido en estas áreas³. En el escenario nacional chileno y en particular en la región de la Araucanía, se observa que indicadores asociados a desempeños en estas áreas, obtienen puntajes inferiores a la media nacional en estudiantes de educación secundaria. Este fenómeno, sin duda genera un impacto en las competencias o habilidades de ingreso de los estudiantes en la Educación Superior; particularmente en la Universidad Católica de Temuco, ubicada territorialmente en este sector con más necesidades de equiparar los desempeños de entrada para la formación profesional.

Existe una serie de clasificaciones de los tipos de lectura, para este estudio resulta pertinente la clasificación de cuatro tipos de lectura (Quintanal, 2001): Lectura de investigación, Lectura para el aprendizaje, Lectura espontánea y Lectura resolutoria. Esta última constituye la estrategia lectora implicada en el razonamiento matemático, pues abarca comprender un conflicto, interpretarlo y resolverlo. Habilidad clave para comprender los factores cognitivos implicados en los bajos resultados de las asignaturas iniciales en la formación de futuros ingenieros. Como plantea el autor de esta clasificación, esta lectura implica un alto grado de procesamiento mental,

1 <https://www.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/19/2015/11/Informe-Equipo-de-Tarea-Revisi%C3%B3n-Simce.pdf>

2 <https://demre.cl/>

3 http://archivos.agenciaeducacion.cl/PISA_2018-Entrega_de_Resultados_Chile.pdf

de ahí su complejidad. Esto ha dado pie a que, en muchas universidades se utilice la ABP (Aprendizaje Basado en Problemas). Esta dinámica metodológica conlleva liderar, de parte del(la) docente, estrategias didácticas que incluyan razonamiento analógico, deductivo, dinámico y dialogado. La inclusión de instancias comunicativas orales ha sido uno de los grandes aportes didácticos en la resolución de problemas, resolver y solucionar de modo cooperativo (Felmer, *et al.* 2019).

Por otra parte, la lectura de un problema en matemáticas en las dinámicas evaluativas tradicionales es un acto solitario que somete a prueba la habilidad comprensiva y el poder resolutivo personal. Si bien la solución se puede dar en comunidad, el acto mismo de comprender, significar y explicar resulta un proceso de decodificación previo. Acuden, por ejemplo, desafío léxicos que numerosas investigaciones evidencian que aquellos estudiantes con escaso vocabulario manifiestan deficiencias en el desarrollo del pensamiento matemático (Ferreira, Salcedo y Del Valle, 2014). Leer estratégicamente, supone una constante reflexión y una solitaria toma de conciencia, del procedimiento de ejecución y resolución, que se socializará posteriormente (Quintanal y Téllez, 2000). De ahí la importancia de abordar la lectura de los problemas en matemáticas como propuesta interdisciplinaria de abordar una necesidad didáctica.

3. Enfoque del problema

Para el enfoque de esta investigación, se aborda la lectura de problemas en matemática y su efecto en la resolución desde una propuesta interdisciplinaria (Pedroza, 2006). De esta forma, el análisis bidimensional que reconoce las estructuras verbales facilitadoras y obstaculizadoras en el proceso lector, permite esclarecer las causas que condicionan el desempeño académico matemático del estudiante universitario, ya que ellos deben extraer, reducir y discriminar información clave (las estructuras verbales) para su posterior codificación matemática (Adu, *e al.*, 2015).

Un acercamiento lingüístico a la capacidad resolutiva matemática -similar a lo planteado en este trabajo- se encuentra en el Método de Pólya, donde el paso pedagógico inicial es Comprender. El autor propone el esclarecimiento del ¿Qué quiere decir?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Sabes a dónde se quiere llegar? (Pólya, 2006). De este modo el(la) estudiante desarrolla habilidades analíticas como la comprensión de la información y la traducción del lenguaje algebraico (Saucedo, Espinosa y Herrera, 2019) para su posterior resolución.

Desde una perspectiva histórica y consistente con los diversos niveles del sistema educativo, esta metodología respecto de la capacidad resolutiva matemática posee actualmente un reconocimiento transversal sobre los aportes a la formación secundaria y universitaria, como también en dimensiones motivacionales y relacionales en los procesos de aprendizaje que actualmente son utilizados para el desarrollo de software y recursos educativos tecnológicos en la formación de ingenieros (Becerra y Sarmiento, 2017). Esto evidencia que analizar esta relación integrada entre lenguaje y matemáticas en el contexto universitario es crucial para aspectos de éxito profesional o incluso, para el desarrollo de recursos educativos cada vez más necesarios y ajustados a la nueva docencia post pandemia, conforme a los nuevos escenarios formativos (Müller y Mildenberg, 2021).

La triada de elementos claves de esta investigación, considera la necesaria complejidad creciente del aprendizaje lecto-matemático; en donde la comprensión, como proceso psicosocial en el aula, es clave para lograr el acercamiento lingüístico a la capacidad resolutiva matemática. Junto a ello, como segundo elemento, está la necesaria mirada interdisciplinaria de la formación universitaria en los primeros años. Por último, el tercer elemento abordado implica el desafío de movilizar las competencias de los(as) estudiantes con los aprendizajes construidos en educación secundaria, llevando dichos saberes a niveles integrados y abstractos ampliados (Biggs, 2012). Estos tres elementos, se articulan necesariamente al momento de formular problemas en matemáticas que incluyan estos aspectos, a fin de promover calidad en los procesos de aprendizaje en matemáticas (Salas-Rueda, 2018).

Frente a los desafíos planteados en este apartado y conforme a la envergadura del desafío, se describe seguidamente la estrategia institucional y particular del equipo docente que moviliza los énfasis formativos para estudiantes de primer año en lenguaje y matemáticas, a fin de hacer frente a las cualidades que actualmente presenta la formación universitaria y particularmente, la transición desde educación media (secundaria) a la educación superior. Para ello, el trabajo de la comunidad de aprendizaje lenguaje-matemáticas, así como la formulación de problemas orientadores en un manual de desarrollo didáctico para estos efectos, son los alcances principales y objetivo de difusión del presente trabajo.

4. Comunidad de Aprendizaje en la UC Temuco

Ante la implementación del Nuevo Modelo Educativo en la Universidad Católica de Temuco, Chile, y la reestructuración de los Programas de Asignaturas de Matemática, el año 2016 se implementa el nuevo programa del primer curso de álgebra de las Carreras de Ingeniería Álgebra en Contexto (Syllabus), donde las Evaluaciones

Integradas de Desempeño se basaban en la Resolución de Problemas en Matemática en el contexto de la Ingeniería y a nivel de estudiantes de primer año.

Consecuencia de lo anterior, se comenzó a observar un notorio cambio en los resultados que se obtenían en las distintas actividades propias de los currículos de las Carreras. De ahí surge la idea de estudiar la razón de por qué los estudiantes de ingreso tienen (aparentemente) inconvenientes para enfrentar adecuadamente la Resolución de Problemas en Matemática, poniendo el foco en tres posibles razones: no entienden lo que leen, no son capaces de asociar la situación problemática con la matemática que se requiere para resolver el problema, y/o los conocimientos de la matemática requerida para resolver la situación problemática es débil.

Cinco académicos de distintas áreas disciplinarias pertenecientes a cuatro unidades de la Universidad crean la Comunidad de Aprendizaje de Lenguaje-Matemática que, a través de un Proyecto Interno de Investigación en Docencia de un año y medio de duración se aboca al estudio de la problemática observada en la asignatura de álgebra de primer año de las Carreras de Ingeniería.

Dados los resultados obtenidos (González, et. al. 2021), a través de un nuevo Proyecto Interno de Continuidad cuyo Objetivo General era “Generar orientaciones para la redacción de enunciados de situaciones problemáticas en matemática, graduados de acuerdo con su complejidad de redacción y tema disciplinario”, se construye un Protocolo destinado a los docentes de Matemática y Lenguaje, que busca entre otras cosas, graficar didácticamente los alcances de la redacción de problemas en matemáticas; así como las implicancias del lenguaje en la formulación de dichos problemas; ambos aspectos mutuamente influyentes en el desempeño de los estudiantes.

El equipo interdisciplinario se ha propuesto difundir los resultados obtenidos y promover el Protocolo creado entre los docentes de matemática y lenguaje, tanto a nivel universitario como de Educación Media (secundaria), con el objetivo de motivar a los académicos a trabajar de manera interdisciplinaria entre matemática y lenguaje. Se espera obtener como consecuencia la generación de mejores competencias en los estudiantes que continúan estudios superiores; así como el desarrollo de competencias docentes para el adecuado diseño de problemas en matemáticas que permitan desde una mirada lingüística favorecer la comprensión y desarrollo de procesos matemáticos comprensivos.

5. Metodología

La construcción del manual de apoyo docente antes citado, es fruto de los hallazgos encontrados tras la aplicación de un instrumento bidimensional inédito, desarrollado especialmente para desagregar el proceso cognitivo realizado por los estudiantes, en el momento de abordar el desarrollo de problemas en matemáticas. Así, se han podido analizar las relaciones entre la comprensión lectora que el estudiante hace del problema y el razonamiento matemático requerido para su resolución, incorporándose además la conexión entre ambas, haciendo un verdadero proceso de traducción.

Dicho instrumento bidimensional fue construido por un equipo multidisciplinario de las áreas de lenguaje, matemáticas y docencia, consta de siete problemas que abordan siete temáticas algebraicas distintas: porcentaje, proporcionalidad, ecuación, función polinomial, función exponencial, inecuaciones y sistemas de inecuaciones, teniendo cada uno de ellos 4 preguntas con cinco alternativas, siendo la última la expresión “no comprendo la pregunta/no se realizar el cálculo”, la que facilita que los estudiantes puedan explicitar su impedimento de resolución y evitar así la demarcación de una alternativa al azar, lo que podría distorsionar los resultados.

Las preguntas se organizaron de la siguiente manera:

1° Interrogante textual: rastrea la comprensión textual e inferencial de los datos del enunciado, incluyendo estos de modo alterno, estructuras gramaticales de uno o más sujetos;

2° Interrogante Interpretativa: se orienta al reconocimiento de las interrogantes que se desprenden del planteamiento del problema, por medio de alternativas que evalúan la identificación del sujeto central en el cual se concentra el dato a extraer. Se incluyeron planteamientos de más de una interrogante, como alguna que exige una lectura proyectiva o resolutoria donde el enunciado plantea un cálculo progresivo, y algunas cuyo razonamiento se sustenta en una complejidad semántica;

3° Interrogante de simbología: exige una “traducción” de lo comprendido en el planteamiento del problema a una simbología matemática y, finalmente,

4° Interrogante de resolución: requiere la realización del cálculo matemático del planteamiento que lo(a)s estudiantes formularon en la pregunta previa.

El instrumento fue aplicado en una muestra de tipo panel (grupo focal) utilizando un instrumento semiestructurado con 23 estudiantes de último año de la carrera de pedagogía en matemáticas, con el fin de corregir posibles desvíos en el lenguaje utilizado y en la confección de las alternativas de respuesta; dicho procedimiento se repitió hasta que la consistencia interna de los ítems fuera la apropiada. Luego de dicha retroalimentación, se realizó el proceso de validación con una muestra piloto de 64 estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la UC Temuco, obteniendo un alpha de Cronbach de 0.832, lo que manifiesta una consistencia interna más que adecuada del instrumento, lo que garantiza resultados confiables en las sucesivas aplicaciones y la idoneidad del instrumento.

Finalmente, el instrumento fue aplicado a 126 estudiantes de primer año de la misma Facultad y distintos a los de la muestra piloto, de manera presencial al inicio del curso 2019. Posteriormente, los datos se analizaron con el software SPSSv.23 inicialmente con métodos descriptivos para luego proseguir con un análisis de correspondencias múltiple que permitiera determinar la relación de dependencia entre los cuatro ítems de cada una de las preguntas del instrumento. Así, se consiguió establecer una caracterización de las distintas preguntas realizadas en función del tipo de respuesta obtenida, confirmando el efecto ordenado que muestran las alternativas de respuesta y por tanto el proceso cognitivo realizado.

Los resultados obtenidos, dieron luces de en qué etapa del proceso cognitivo utilizado para la resolución de los problemas se estaban cometiendo los errores y/o fallos, permitiendo llegar a las conclusiones que han fundamentado la construcción de este manual, tanto en la forma de redactar los problemas como en la secuencia de niveles de dificultad, para lograr una mejora en la comprensión de la forma de resolverlos.

El desarrollo metodológico en este trabajo es mas bien una síntesis pedagógica de los hallazgos referentes al desempeño de los estudiantes. En este sentido, los resultados que se proyectan seguidamente y las conclusiones, se refieren a los problemas en matemáticas desarrollados en el manual, a fin de otorgar una mirada crítica y con ejemplificaciones claras respecto del proceso de elaboración de problemas en matemáticas; sobre todo, desde la perspectiva de las dificultades en la integración entre el lenguaje y matemáticas conforme se describen.

6. Resultados

Seguidamente, se presentan los problemas en matemáticas referidos a las principales dificultades encontradas en su elaboración. Para ello, revisaremos las dificultades léxico connotativas, información con elementos paralelos, sustitución (u omisión) de sujeto e incorporación de expresiones simbólicas matemáticas en la redacción.

De esta forma, se presentan las respectivas dificultades y es posible apreciar lingüísticamente la composición de éstos, para poder analizar posteriormente, sus implicancias.

Caso 1. Dificultades de léxico connotativo

Existen dos formas de utilizar los conceptos, de modo denotativo y connotativo. El primero es la definición universal de un concepto y el segundo es el sentido que adquiere la palabra dentro del contexto en que se utiliza.

Un estudiante entenderá primeramente un enunciado de forma denotativa o literal, por lo tanto, se sugiere que el docente, en una primera etapa, evite la utilización de conceptos en uso connotativo.

El(la) estudiante al comprender de modo denotativo o literal un concepto connotativo, equivoca el razonamiento porque no entenderá el sentido contextual.

A continuación, se transcribirá un problema, utilizando una expresión denotativa y luego su equivalencia connotativa.

Figura 1. Ejemplo de problema en matemáticas con léxico connotativo y denotativo

Ejemplo de problema connotativo:

*Un fabricante produce dos clases de camisas: blancas y azules. Debe producir más camisas azules que blancas. Sin embargo, el número de camisas azules no debe exceder al doble del número de blancas. El fabricante no puede producir más de 10 prendas al día. ¿Cuántas camisas de cada clase debe fabricar al día para **maximizar** las ganancias, si obtiene U\$5 por cada camisa azul y U\$7 por cada camisa blanca?*

Expresión connotativa

Ejemplo 1:

*Un fabricante produce dos clases de camisas: blancas y azules. Debe producir más camisas azules que blancas. Sin embargo, el número de camisas azules no debe exceder al doble del número de blancas. El fabricante no puede producir más de 10 prendas al día. ¿Cuántas camisas de cada clase debe fabricar al día para **tener más** ganancias, si obtiene U\$5 por cada camisa azul y U\$7 por cada camisa blanca?*

Expresión denotativa

(Rivas, et. al. 2022)

Figura 2. Ejemplo de problema en matemáticas con léxico denotativo

Ejemplo 2:

El promedio de peso W (en libras) para hombres con estatura h entre 64 y 79 pulgadas se puede aproximar con el uso de la fórmula $W = 0.1166h^{1.7}$. Construya una tabla para W con $h = 64, 65, \dots, 79$. Redondee todos los pesos a la libra más cercana.

Lenguaje denotativo
Redondee

(Rivas, *et. al.* 2022)

Caso 2. Información con elementos paralelos

En el enunciado de un ejercicio, inicialmente, se entrega la información del asunto central del problema. Para ello, se describe una serie de factores que condicionan y contextualizan el razonamiento matemático. Cuando el problema informa más de un asunto central, se puede generar una confusión en las atribuciones de cada uno de ellos.

Figura 3. Ejemplo de problema en matemáticas con sustituto del sujeto central

Ejemplo 1:

Un número de dos dígitos es 9 unidades menor que el número formado por los mismos dígitos, pero intercambiados. Si se divide el número original por el producto de sus dígitos, el cociente es igual a 6. ¿Cuál es el número original?

(Rivas, *et. al.* 2022)

Figura 4. Ejemplo de problema en matemáticas con uso de sujetos paralelos

Dos ciudades están comunicadas por una carretera. Un auto sale de la ciudad B a la 1:00 p. m. y avanza a una velocidad constante de 40 mi/h hacia la ciudad C . Treinta minutos después, otro auto sale de la ciudad B y avanza hacia C a una velocidad constante de 55 $millas/h$. Si no consideramos las longitudes de los autos, ¿a qué hora el segundo auto alcanzará al primero?

Sujeto 1
Dos ciudades
Sujeto 2
Un auto
Sujeto 3
otro auto

(Rivas, *et. al.* 2022)

Caso 3. Sustitución (u omisión) de sujeto

En este caso, el enunciado presenta un asunto central, del cual entrega una serie de antecedentes. Para evitar la repetición del asunto central, recurre al uso de expresiones sustitutivas de él, ya sea por sinónimos, pronombres, omisiones, metáforas o definiciones.

Figura 5. Ejemplo de problema en matemáticas con sustituciones diversas

Un hombre planea abrir un puesto en una feria que dura sólo un día y vender bolsas de maní y de dulces. Tiene US\$400 disponibles para comprar su existencia, que costará US\$0,40 por bolsa de maní y US\$0,80 por bolsa de dulces. Piensa vender los maní en US\$1 y los dulces en US\$1,60 por bolsa. Su puesto puede contener hasta 500 bolsas de maní y 400 de dulces. Por su experiencia, sabe que no venderá más de 700 bolsas.

¿Cuál es el número respectivo de bolsas que el vendedor debe tener disponible a fin de maximizar la utilidad? ¿Cuál es esa utilidad?

(Rivas, et. al. 2022)

Figura 6. Ejemplo de problema en matemáticas con sustitución simbólica

Las ventas de un producto novedoso y popular pueden ser modeladas mediante la función $f(x) = -\frac{1}{4}(x - 5)^2 + 36$. En ella, f representa la cantidad de ejemplares vendidos y x la cantidad de días transcurridos desde su lanzamiento.

- ¿Cuántos ejemplares se vendieron el día del lanzamiento?
- ¿Cuántos ejemplares se vendieron al cabo de 10 días?
- ¿Cuál fue el máximo de ejemplares vendidos en un solo día?
- ¿En cuántos días las ventas desaparecen por completo?

Sustitución simbólica (Sustitución sinécdoque)
f - x

(Rivas, et. al. 2022)

Caso 4. Incorporación de expresiones simbólicas matemáticas en la redacción

Esta agrupación de problemas, evidencia cómo a partir de la temática disciplinar, los problemas incluyen en su descripción símbolos y expresiones que requieren conocimientos matemáticos específicos. El uso de esta nomenclatura dificulta la comprensión del enunciado si el(la) estudiante desconoce su significado.

Figura 7. Ejemplo de problema en matemáticas con expresiones

En una bolsa hay un total de \$8500 distribuidos en 37 monedas, de las cuales algunas son de \$100 y el resto de \$500. De acuerdo a estos datos, dos aventajados(as) estudiantes de Taller de Álgebra (un hombre y una mujer), escribieron dos sistemas de ecuaciones diferentes. Estos son:

La estudiante
$$\begin{cases} x + y = 37 \\ 100x + 500y = 8500 \end{cases}$$

El estudiante
$$\begin{cases} x + y = 8500 \\ \frac{x}{500} + \frac{y}{100} = 37 \end{cases}$$

Indicar lo que significa x e y en cada caso, dentro del contexto de la situación inicial. Además, resolver el problema planteado.

(Rivas, et. al. 2022)

Figura 8. Ejemplo de problema en matemáticas que incluye nomenclatura en el texto

Si el numerador de una fracción distinta de 1 se disminuye en 9 unidades y el denominador se aumenta en 9 unidades, el valor de la fracción resultante es el inverso multiplicativo de la fracción original. ¿A cuánto es igual la diferencia entre el numerador y el denominador de la fracción original?

Nomenclatura matemática
<i>numerador de una fracción – denominador - inverso multiplicativo de la fracción</i>

(Rivas, et. al. 2022)

7. Conclusiones

A partir de los resultados expuestos, es posible afirmar que:

El desempeño de estudiantes de primer año en matemáticas, obedece de buena forma, a las características que presentan los enunciados lingüísticos, ya que su redacción y sentido, cobra una relevancia preponderante para condicionar (favoreciendo o dificultando) su desempeño estudiantil. Los procesos de planificación y diseño instruccional requieren no solo una buena articulación con la evaluación; sino que igualmente, lograr una consistencia adecuada con los instrumentos evaluativos; en donde los problemas en matemáticas, corresponden a los aspectos claves en la evaluación de los cursos de esta área del conocimiento.

Lo anterior, representa el foco central de los hallazgos encontrados en el desempeño de los estudiantes; pero fundamentalmente, en los errores o dificultades que se observan al analizar los problemas en matemáticas que se elaboran y que generan una dificultad comprensiva mayor al momento de presentar unan redacción que lingüísticamente utiliza expresiones connotativas, sustituciones, recurrencias u omisiones en su elaboración; así como la inclusión de expresiones matemáticas en el texto de los problemas.

Debido a lo anterior, es necesario que inicialmente los docentes utilicen en la formulación de problemas en matemáticas un lenguaje denotativo, por sobre el connotativo. De esta forma, favorecería definiciones universales de un concepto y no el uso de inferencias contextuales o simbólicas del concepto, para evitar así generar dificultades en la comprensión del problema y su eventual resolución. Esta primera consideración, requiere de un adecuado manejo de los conceptos a considerar en la formulación de dichos problemas, evitar así la interpretación que, aunque esperable, puede no necesariamente darse en estudiantes iniciales.

Los aspectos connotativos, se asocian necesariamente a niveles de abstracción y espacios de intersubjetividad comunicativa; lo que, en situaciones de estudiantes de primeros años de la universidad, genera una complejidad mayor para la adecuada comprensión de los conceptos, justamente por la falta o escasa interacción con el entorno comunicativo. Esto último, obedece mas bien a la idea de “*habitus*” comunicativo, más que a una ausencia de capacidades. Dicho de otra forma, utilizar descripciones matemáticas (problemas) con conceptos complejos o abstractos, dificultaría la posibilidad resolutive; incluso, teniendo el conocimiento matemático para su resolución.

Por otra parte, otro de los atributos importantes de conservar se refiere a que los problemas en matemáticas deben desarrollar la idea central en forma clara y sucinta. El uso de un número elevado de variables o elementos que rodean la situación problemática central, podrían dificultar innecesariamente el desempeño de los estudiantes. En este sentido, la premisa menos es mas, obedece a la “*limpieza*” de los problemas en términos de lo necesario, mas que lo accesorio. La precisión en este caso en su formulación, permite una focalización cognitiva de los estudiantes para centrarse en la idea central sin distractores innecesarios. El segundo grupo de ejemplos desarrollado en los resultados obedece a esta situación. El uso de sujetos paralelos o de sustituciones del sujeto son algunos ejemplos de esta premisa. Focalizar didácticamente el objetivo central del problema, así como la extensión, actores, condicionantes e información necesaria y concisa, implica salvaguardar esta situación de expresión de los problemas en matemáticas.

Respecto de las dificultades en la formulación de problemas asociadas a sustituir u omitir el uso del sujeto, igualmente dificultaría la comprensión del problema, ya que el uso de expresiones sustitutivas debiera ser trabajado cautelosamente a fin de no influir en la adecuada entrega de antecedentes. Esta dificultad requiere, por una parte, la capacidad de elaborar una redacción que evite la repetición de palabras, así como la sustitución incomprensible de una por otra; toda vez que sea necesario, este equilibrio en su formulación debe ir acompañada del atributo de precisión desarrollado en el punto anteriormente señalado. Estos aspectos son relevantes, debido a que las situaciones de evaluación, por ejemplo, podrían generar una hipervigilancia a los detalles en los problemas que dificultaría identificar lo central y relevante, generando una desviación de la atención sobre elementos accesorios o de incomprensión sobre la sustitución del sujeto, tensionando de sobre manera la capacidad comprensiva de los estudiantes.

Finalmente, el desarrollo de un protocolo que organice las dificultades presentes en la redacción de problemas en matemáticas, es una estrategia de apoyo que busca, mediante la herramienta didáctica y educativa que posibilita un protocolo, otorgar al docente una mirada integrada sobre los elementos a considerar al momento de elaborar problemas en matemáticas en sus cursos. Sin embargo, los resultados, uso y proyecciones del manual, están actualmente en análisis práctico; por tanto, proyectan un análisis de “usabilidad” y mejora posterior evidente y necesaria conforme a la inclusión de impresiones de los usuarios. Estos análisis, así como variables referidas a procesos de traducción de textos matemáticos en un idioma distinto al español, serán los focos de desarrollo o proyecciones del trabajo aquí presentado. Ambos elementos aparecen como variables importantes de análisis conforme a los recursos y metodologías que utilizan los docentes para elaborar sus bases de datos con casos y que utilizan para el desarrollo de su docencia. La profundización de ambos elementos permitirá contrastar la adecuación y claridad del protocolo, así como un contraste con literatura, manuales y orientaciones que producto de variables socioculturales y/o lingüísticas propias del idioma, la traducción e incluso contextos de problemas cotidianos no aplicables a nuestra realidad, podrían estar condicionando la manera en que los docentes elaboran/usan casos o situaciones en la formulación de sus problemas en matemáticas en el aula.

8. Agradecimientos

La Comunidad de Aprendizaje Lenguaje Matemáticas, desea agradecer el apoyo de las unidades académicas y de gestión que apoyan este trabajo de manera permanente. Así, el Departamento de Ciencias Matemáticas y Física, de la Facultad de Ingeniería, el departamento de Educación Media de la Facultad de Educación; así como la Dirección Acompañamiento Académico y Socioemocional y el Centro de Desarrollo e innovación de la Docencia (CeDID) de la Dirección General de Docencia, ambas direcciones de la Vicerrectoría Académica, demuestran que el trabajo articulado entre académicos y profesionales de la gestión académica generan una mirada que integra aspectos claves para el desarrollo de los estudiantes y conforme a las herramientas disponibles (iniciativas, proyectos, investigaciones) institucionalmente en la UC Temuco, se puede avanzar sistemáticamente en la Investigación de la docencia universitaria.

Referencias

- Adu-Gyamfi, K.; Bossé, M. J., & Chandler, K. (2015). Situating student errors: linguistic-to-algebra translation errors. *International Journal for Mathematics. Teaching and Learning*, 16(2), 1-29
- Ahn, M. Y., & Davis, H. H. (2019). Four domains of students' sense of belonging to university. *Studies in Higher Education*, 45(3), 622-634. <https://doi.org/10.1080/03075079.2018.1564902>
- Becerra, W., & Sarmiento, N. (2017). Nuevas Perspectivas para la Enseñanza de la Resolución de Problemas de Cálculo a Estudiantes de Ingeniería. *Scientia Et Technica*, 22(2), 208-217. <https://doi.org/10.22517/23447214.16551>
- Biggs, J. (2012). *Calidad del aprendizaje universitario*. 1era Edición. Editorial Narcea.
- Catalano, A. (2018). *Tecnología, innovación y competencias ocupacionales en la sociedad del conocimiento*. Organización Internacional del Trabajo, Buenos Aires, Argentina.
- Felmer, P., Perdomodíaz J. y Quiroz, C. (2019). *Problemas Para Activar La Resolución De Problemas En Las Aulas. Chile*. Editorial LOM.
- Ferreira, A. Salcedo, P., y Del Valle, M. (2014). Estudio de disponibilidad léxica en el ámbito de las matemáticas. *Estudios Filológicos*, 54, 69-84. <http://dx.doi.org/10.4067/S0071-17132014000200004>
- González, C., Rivas, M., Schweter, P., Bustos, J. y García, R. (2021). Desempeño de estudiantes universitarios en la asignatura de álgebra desde un enfoque lecto-matemático: un estudio interdisciplinario. *Libro de actas del CUICID* ISBN 978-84-09-31464-5.
- Jimenez, A. y Riaño, I. (2019). Lengua materna y comunicación en la construcción del pensamiento matemático. *Bolema, Rio Claro* (SP), v.33, n.63, pps. 248-268 <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a12>
- Kahu, E., Ashley, N. y Picton, C. (2022). Exploring the complexity of first-year student belonging in higher education: Familiarity, interpersonal, and academic belonging. *Student Success Journal*, Vol. 13 (2), pp. 10-20.
- Ley General de Educación de Chile (2009). Ley 20.370. *Ministerio de Educación de Chile*. <http://bcn.cl/2f6yy>
- McLeod, S. and Maimon, E. (2000). Clearing the Air: WAC Myths and Realities. *College English*, 62 (5), 573-583. <http://dx.doi.org/10.2307/378962>
- Mestan, K. (2016). Why students drop out of the Bachelor of Arts. *Higher Education Research & Development*, 35(5), 983-996. <https://doi.org/10.1080/07294360.2016.1139548>
- Moreira-Moreira, L., Cano-Lara, E. y Moreira-Roca, J. (2021). Formación basada en competencias investigativas en los estudiantes de pregrado de latinoamérica. *FIPCAEC*, ed. 23, Vol. 6, n.1, pp.665-684.
- Müller, C. y Mildenberg, T. (2021) Facilitating flexible learning by replacing time with an online learning environment: A systematic review of blended learning in higher education. *Educational Research Review*, 34. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2021.100394>
- Nairn, K., & Higgins, J. (2007). New Zealand's neoliberal generation: Tracing discourses of economic (ir) rationality. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 20(3), 261-281. <https://doi.org/10.1080/09518390701281819>
- Naylor, R. (2017). First year student conceptions of success: What really matters? *Student Success*, 8(2), 9-20. <https://doi.org/10.5204/ssj.v8i2.377>
- O'Keefe, P. (2013). A sense of belonging: Improving student retention. *College Student Journal*, 47(4), 605-613.
- Pedroza, R. (2006). La interdisciplinariedad en la universidad. *Revista Tiempo de Educar*, vol. 7, núm. 13, UNAM, Toluca, México.
- Pólya, G. (2006). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. México.
- Quintanal, J. y Téllez, J. (2000). Las estrategias lectoras. Concepto y enseñanza. *Enseñanza*, 17-18.
- Quintanal, J. (2001). *Tratamiento complementario de la lectura en el aula. Consideración que ha de recibir en otras áreas que no sean de la lengua*. Editorial Laboratorio Educativo. 1 Ed., pp. 45-58 Caracas, Venezuela.
- Rios-Cabrera, P. y Ruiz-Bolivar, C. (2020). La innovación educativa en América Latina: lineamientos para la formulación de políticas públicas. *Innovaciones Educativas*, vol.22, n.32, pp.199-212. <http://dx.doi.org/10.22458/ie.v22i32.2828>.
- Rivas, M., González, C., Schweter, P., Bustos, J. y García, H. (2022). *Protocolo de Didáctica Lecto Matemática DILEMA*. Editorial UC Temuco. Chile.
- Salas-Rueda, R. (2018). Uso del ciclo de Deming para asegurar la calidad en el proceso educativo sobre las Matemáticas. *Revista Ciencia UNEMI*, Vol. 11, N° 27, Agosto 2018, pp. 8 - 19
- Saucedo, M. Espinosa, M. y Herrera, S. (2019). Método de Pólya aplicado al lenguaje algebraico en primer año de licenciatura. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el desarrollo Educativo RIDE*. Vol 9, número 18. <http://www.scielo.org.mx/pdf/ride/v9n18/2007-7467-ride-9-18-512.pdf>
- Thomas, L. (2012). Building student engagement and belonging in higher education at a time of change. Final report from the What Works? student retention and success programme.
- Tinker, S., & Elphinstone, B. (2014). *Learning engagement: The importance of meaning, belonging and academic momentum* [Conference paper]. 17th International First Year in Higher Education Conference, Darwin, Australia.

PROTOCOLO PARA MEJORAR LA CALIDAD EN LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS

Tinto, V. (2009). *Taking student retention seriously: Rethinking the first year of university*. ALTC FYE Curriculum Design Symposium, Brisbane, Australia.